

武汉大学经管学院金融系 2017 秋季学期  
博士生高级微观经济学课程第 6 次作业

提交日期：12 月 1 日

1. 概率论

假设  $W \equiv (X, Y)^\top$  服从二元正态分布，期望为  $\mu = (\mu_x, \mu_y)^\top$ ，协方差矩阵为

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \rho\sigma_x\sigma_y \\ \rho\sigma_x\sigma_y & \sigma_y^2 \end{pmatrix},$$

联合密度函数为

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^2 |\Sigma|}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (W - \mu)^\top \Sigma^{-1} (W - \mu) \right]$$

- a. 请计算  $X$  的边缘密度函数  $f_X(x) = \int f(x, y) dy$ 。为此，你需要计算  $\Sigma^{-1}$  以及二次型  $(W - \mu)^\top \Sigma^{-1} (W - \mu)$  的展开式。
- b. 请计算  $Y$  关于  $X$  的条件密度函数  $f_{Y|X}(y|x) = f(x, y)/f_X(x)$ ，并说明  $Y$  关于  $X$  的条件分布还是正态分布。
- c. 请证明

$$\text{var}(Y|X) = \text{var}Y - \frac{\text{cov}(X, Y)^2}{\text{var}X}.$$

注：只需要注意到  $Z = Y - E(Y|X)$  与  $X$  独立。

2. 信息效率可能性

仔细阅读 Grossman and Stiglitz (1980)。

- a. 请写出  $\lambda > 0$  时均衡价格函数  $P_\lambda^*(\theta, x) = \alpha_1 + \alpha_2 w_\lambda(\theta, x)$  中常数  $\alpha_1, \alpha_2$  的表达式，验证  $\alpha_2 > 0$  并讨论  $\alpha_2$  对  $\lambda$  的依赖性质（参考 II.G 中的表达式  $m, n$ ）。
- b. 请验证  $P_\lambda^*(\theta, x)$  满足市场出清条件。
- c. 请依次验证 II.H 中比较静态的结论，以及 II.I 1)、2) 中均衡性质的结论。
- d. 给定均衡价格函数  $P^*(\theta, x)$ ，不考虑信息获取成本  $c$  且假定初始财富相等，请计算  $I$ -和  $U$ -交易者的均衡期望效用，并比较大小。
- e. 请验证课件定理 2 中的表达式

$$\frac{EV(W_{Ii}^\lambda)}{EV(W_{Ui}^\lambda)} = e^{ac} \sqrt{\frac{\text{var}(u|\theta)}{\text{var}(u|w_\lambda)}}.$$

- f. 参考 Ou-Yang and Wu (2017) “Net Trade and Market Efficiency in Grossman and Stiglitz (1980)”，解释信息有效市场均衡不存在的原因。