

2024 秋季本科时间序列

第 10 次作业

提交日期：12 月 9 日

1. 考虑 2-元变量 VAR(1) 过程 $\mathbf{X}_t = \Phi \mathbf{X}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$ ，其中 $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ 为向量白噪声，

$$\mathbf{X}_t = \begin{bmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.5 \\ -0.2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Omega = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix},$$

Ω 为 $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ 的协方差矩阵。

- (a) 请计算 \mathbf{X}_t 的 MA(∞) 表达式 $\mathbf{X}_t = \sum_{j \geq 0} \Psi_j \boldsymbol{\varepsilon}_{t-j}$ ，并确定 Ψ_j 的通项表达式（利用 Φ 的特征值分解）。
- (b) 请计算 Ω 的 Cholesky 分解 $\Omega = \mathbf{P}\mathbf{P}^\top$ ，以及 \mathbf{X}_{t+s} 关于正交化后的冲击 $\mathbf{u}_t = [u_{1t}, u_{2t}]^\top = \mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_t$ 的脉冲响应函数：

$$\frac{\partial X_{1t+s}}{\partial u_{1t}}, \quad \frac{\partial X_{1t+s}}{\partial u_{2t}}, \quad \frac{\partial X_{2t+s}}{\partial u_{1t}}, \quad \frac{\partial X_{2t+s}}{\partial u_{2t}}, \quad \forall s = 0, 1, 2, \dots$$

- (c) 更换变量排序，考虑 $\tilde{\mathbf{X}}_t = [X_{2t}, X_{1t}]^\top$ ，此时 VAR 方程记为 $\tilde{\mathbf{X}}_t = \tilde{\Phi} \tilde{\mathbf{X}}_{t-1} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t$ ，且观测冲击协方差矩阵为

$$\tilde{\Omega} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

在此变量排序下，重新计算 Cholesky 分解矩阵 $\tilde{\Omega} = \tilde{\mathbf{P}}\tilde{\mathbf{P}}^\top$ ，以及 $\tilde{\mathbf{X}}_{t+s}$ 关于新的结构冲击 $\mathbf{v}_t = [v_{1t}, v_{2t}]^\top = \tilde{\mathbf{P}}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t$ 的脉冲响应函数，并与 (b) 的结果进行对比。

2. 从 CMTS 数据库 <https://www.atlantafed.org/cqer/research/china-macroeconomy?panel=2#Tab2> 获取数据包 2024-07-data.zip，并提取 1992Q1 开始的中国季度实际 GDP 对数值、CPI（居民消费价格）及 M2 总量等数据。考虑如下 3 变量 VAR 模型：

$$\mathbf{X}_t = [y_t, \pi_t, m_t]^\top, \\ \mathbf{X}_t = \mathbf{c} + \Phi_1 \mathbf{X}_{t-1} + \dots + \Phi_p \mathbf{X}_{t-p} + \boldsymbol{\varepsilon}_t. \quad (1)$$

其中 y_t, π_t 为 GDP 季度同比增速序列与 CPI 季度同比增速序列， m_t 表示 M2 同比增速，作为货币政策代理变量，均以百分比为单位。选取样本期为 1996Q4–2023Q4，共 27 年 108 期季度数据。

- (a) 利用 R 中的 vars 宏包的 VAR 函数，对 $p = 1, 2, 4$ 三种设定估计相应的 VAR 模型 (1)，并特别说明第 3 个方程 m_t 关于 π_{t-1} 与 y_{t-1} 两项的估计系数。你可以首先阅读介绍文档 vars_intro.pdf 及宏包说明文档 vars_manual.pdf，同时上网搜索该宏包的使用教程。注意，你需要正确设定 VAR 的类型参数 type。

- (b) 利用 `VARselect` 函数，计算 AIC/BIC 准则下模型 (1) 应该使用的阶数 p 。结合 (a)，你认为就上述模型和样本而言，合适的 p 是多少？
- (c) 利用 `irf` 函数，计算并绘制 (a) 中 3 种估计结果对应的脉冲响应函数。注意 `irf` 的默认选项就是通过 Cholesky 分解计算正交化后的脉冲响应。
- (d) 在当前变量排序下， m_t 对应的结构冲击项，即 Cholesky 分解后正交化的冲击项 $v_{m,t}$ ，具有货币政策冲击（外生或预期外改变货币供应量）的涵义。请通过 (c) 中所得脉冲响应，解释货币政策冲击如何影响通胀和产出的变化，并根据上述结果，评估 M2 同比增速作为中国货币政策中介变量是否确实能够捕捉货币政策松紧变化的效果。
- (e) 重复 (c)–(d) 的步骤，但将变量排序改为 $[\pi_t, y_t, m_t]^T$ ，请说明此时货币政策结构冲击 $u_{m,t}$ 的 IRF 及其解释是否有变化，其他两个结构冲击 $u_{\pi,t}$ 和 $u_{y,t}$ 呢？
- (f) 请在 (b) 所选 p 之下，计算默认变量排序下预测方差分解的结果。注意，请汇报 $j = 4, 8, 12, 36$ 期的预测方差分解。
- (g) 将货币政策指标更换为货币市场基准利率（7 天回购利率） i_t ，数据序列为 `R7dRepo`。重复 (a)–(b) 的过程，选择最适合的滞后阶数 p ，获得估计结果，绘制脉冲响应图，计算 $j = 4, 8, 12$ 期的方差分解结果。对比 M2 同比增速作为货币政策指标的结果，你认为哪个指标更能反映中国货币政策的变化？