中级宏微观经济学

第 5 讲：不完全竞争与资源配置

授课人：刘岩

武汉大学经管学院金融系

2024 年 12 月 3 日

本讲内容

1. 需求系统
2. 寡头竞争
3. 一般均衡

本节内容

CES：商品数量有限

考虑如下定义在 $\mathbb{R}^K_{++}$ 上的 CES (constant elasticity of substitution) 函数：

$$U(x) = \left(\alpha_1 x_1^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} + \cdots + \alpha_K x_K^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}, \qquad \varepsilon \geq 0,\ \alpha_1, \ldots, \alpha_K > 0,\ \alpha_1 + \cdots + \alpha_K = 1$$

有如下性质：

1. 一次其次，位似 (homothetic)
2. $\lim_{\varepsilon\to 1} U(x) = \prod_{i=1}^k x_i^{\alpha_i}$, $\lim_{\varepsilon\to 0} U(x) = \min\{x_1, \ldots, x_K\}$, $\lim_{\varepsilon\to +\infty} U(x) = \sum_{i=1}^K \alpha_i x_i$
3. Marshall 需求函数 $x_k(p,w) = \left[w \cdot \left(\frac{\alpha_k}{p_k}\right)^\varepsilon\right] / \left[\sum_i p_i \cdot \left(\frac{\alpha_i}{p_i}\right)^\varepsilon\right]$
4. 需求弹性为常数 $\varepsilon_{k\ell}(p,w) \equiv -\frac{\partial \ln(x_k(p,w)/x_\ell(p,w))}{\partial \ln(p_k/p_\ell)} = \varepsilon$
5. 所有商品都是正常品：$\partial x_k(p,w)/\partial w > 0$
6. 满足需求定律：$\partial x_k(p,w)/\partial p_k < 0$

CES：商品数量无限

假设存在连续多个商品，由 $i \in [0,1]$ 表示第 i 个商品，对应的消费记作 $x(i) \geq 0$，商品消费组合由函数 $x(\cdot)$ 表示，对应的效用表示为一个积分：

$$U(x(\cdot)) = \left(\int_0^1 [x(i)]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \mathrm{d}i \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}, \qquad \varepsilon > 0$$

效用最大化问题：

$$\max_{x(\cdot)} \left(\int_0^1 [x(i)]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \mathrm{d}i \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \qquad \text{s.t.} \qquad \int_0^1 p(i)x(i)\mathrm{d}i \leq w$$

对应 Lagrange 函数如下

$$L = \left(\int_0^1 [x(i)]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \mathrm{d}i \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} - \lambda \left(\int_0^1 p(i)x(i)\mathrm{d}i - w \right)$$

任意 i 对应的消费 $x(i)$ 的 FOC 为 $\partial L / \partial x(i)$，直接计算即可

CES：商品数量无限

对消费组合 $\{x(i) : i \in [0, 1]\}$，定义加总消费为

$$X = \left(\int_0^1 [x(i)]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \mathrm{d}i \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}},$$

亦即将效用值本身视作加总消费水平，并进而定义加总价格水平 $P = w/X = \left(\int_0^1 [p(i)]^{1-\varepsilon} \mathrm{d}i \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$，可证明消费 $x(i)$ 的需求函数可表示为

$$x(i) = D_i(p(i); P, X) = \left(\frac{p(i)}{P} \right)^{-\varepsilon} X$$

垄断竞争

假设商品 i 的生产商为垄断生产商，单位产出的成本为常数 $c>0$，$\varepsilon>1$，则利润最大化问题如下

$$\max_{p(i)} (p(i)-c)\, x_i \qquad \text{s.t.} \qquad x(i)=\left(\frac{p(i)}{P}\right)^{-\varepsilon}\frac{w}{P}$$

由 FOC

$$\frac{[p(i)]^{-\varepsilon}w}{P^{1-\varepsilon}}+[p(i)-c]\frac{w}{P^{1-\varepsilon}}(-\varepsilon)[p(i)]^{-\varepsilon-1}=0$$

可得

$$p^*(i)=\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}c$$

加成比率 $\frac{p^*(i)}{c}=\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}>1$

- 经典文献：Chamberlin (1950), Dixit and Stiglitz (1977)

本节内容

Cournot 数量竞争

- 考虑两家企业，生产同质产品，成本函数为 cy_i，$i = 1, 2$，即两企业边际成本均为 $c > 0$
- 产品需求函数为 $d = D(p) = A - p$，$A > c$，相应的反需求函数为 $p = A - d$
- 两个企业采取数量竞争的形式：具体而言，若两个企业的产量决策为 y_1, y_2，则市场价格为 $p = A - y_1 - y_2$
- Cournot 竞争博弈：两个企业同时选择产量水平
- 此时唯一的 Nash 均衡产量水平为 y_1^c, y_2^c，则总产出 $y^c = y_1^c + y_2^c$ 小于垄断企业产量选择 y^m
- 拓展：多个厂商 (市场集中度 HHI 的理论基础)，固定成本，非对称生产技术 (边际成本)，产能投资，一般的需求函数形式

Cournot 竞争与 HHI

- 假设反需求函数 $P(Q) = A - bQ = A - b\sum_{i=1}^{N} q_i$，企业 i 的常数边际成本为 $c_i > 0$，则利润为 $\pi_i = P(Q)q_i - c_i q_i$
- 均衡如下：

$$q_i = \frac{1}{b}\left(\frac{A + \sum_{i=1}^{N} c_i}{N+1} - c_i\right), \quad Q = \frac{1}{b}\left(\frac{NA - \sum_{i=1}^{N} c_i}{N+1}\right), \quad P = \frac{A + \sum_{i=1}^{N} c_i}{N+1}$$

- 均衡中企业的总利润

$$\sum_{i=1}^{N} \pi_i \propto \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{q_i}{Q}\right)^2}_{\equiv \mathrm{HHI}}$$

Stackelberg 数量竞争

- 继续考虑上述两家企业
- 假设企业 1 首先选择产量 y_1，而企业 2 在观察到 y_1 之后选择产量 y_2
  - Stackelberg 博弈的策略形式与 Cournot 博弈的策略形式完全相同，差别在于扩展形式，即行动时点及参与者的信息
- 此时有唯一的 Nash 均衡产量水平 y_1^s, y_2^s，且 $y_1^s > y_2^s$，即存在领先者优势
  - 领先者优势 (leader's advantage)：预见到对手的策略选择，从而确保自己的策略更占优
- 拓展：Cournot 博弈的拓展全部适用；以及更多的动态、不对称信息拓展，如阻止竞争对手市场进入的极限定价 (limit pricing)
  - 一个系列重要的拓展在宏观经济学和动态政治经济学建模：动态的政策/政治互动，可以用动态 Stackelberg (重复) 博弈来刻画

Bertrand 价格竞争

- 考虑两个企业进行价格而非数量竞争
- 假设两个企业同时选择价格水平 p_1, p_2：若 $p_i < p_j$，则 i 获得所有市场需求；若两个企业出价相等 $p_1 = p_2$，则均分此时的市场需求
  - Bertrand 博弈与 Cournot 博弈同样是同时行动 (simultaneous move) 博弈，即其扩展形式与策略形式完全相同
  - 如果改为 Stackelberg 式的扩展形式，一个厂商先选价格，后一个厂商再选，结果有何差别？
- 该价格竞争博弈有唯一的 Nash 均衡 $p_1^b = p_2^b = c$，此时均衡产出 $y^b = y_1^b + y_2^b$ 高于 y^m, y^c, y^s
  - 此时又称为边际成本定价，按照古典经济学的观点，认为达到了社会有效 (socially efficient) 产出水平
- 拓展：Cournot 博弈拓展同样适用，而不对称信息下的价格竞争，形成了一整套的拍卖 (auction) 理论

本节内容

基本设定：家庭

- 商品：消费品 $c(i)$, $i \in [0,1]$，劳动 L
- 代表性家庭，效用函数为

$$U\left(\{c(i)\}_{i\in[0,1]}, L\right) = u\left(\left(\int_0^1 [c(i)]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \mathrm{d}i\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}\right) - v(L), \qquad \epsilon \geq 1$$

其中 $u(\cdot), v(\cdot)$ 满足标准假设，预算约束为

$$\int_0^1 p(i)c(i)\mathrm{d}i \leq wL + \int_0^1 \pi(i)\mathrm{d}i$$

其中 $p(i)$ 为商品 i 的价格，w 为工资率，$\pi(i)$ 为企业 i 的利润

- 所有制结构：家庭是所有企业的股东，企业利润以红利形式支付给家庭

基本设定：企业

- 每个商品 i 由一个企业来生产，同样记为 i
- 生产函数为 $y(i)=A\ell(i)$，A 为统一的生产率 (TFP)，$\ell(i)$ 为企业 i 雇佣的劳动投入
- 劳动投入同质，$\ell(i)$ 与 $\ell(j)$ 完全替代，且存在单一劳动市场，工资率为 w
- 企业 i 的利润为 $\pi(i)=p(i)y(i)-w\ell(i)$
- 由 CES 效用函数可得 $c(i)=(p(i)/P)^{-\epsilon}C$，其中 $C=\left(\int_0^1[c(i)]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\mathrm{d}i\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$，$P=\left(\int_0^1[p(i)]^{1-\varepsilon}\mathrm{d}i\right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$，且 $\int_0^1 p(i)c(i)\mathrm{d}i=PC$
- 给定 C,P，企业 i 利润最大化问题为：

$$\max_p (p-w/A)(p/P)^{-\epsilon}C \Rightarrow p^o(i)=\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\frac{w}{A}$$

市场与均衡：产品市场垄断竞争，劳动力市场完全竞争

- 代表性家庭：给定 $\{p^*(i)\}, P^*, w^*$，效用最大化决定消费需求 $\{c^*(i)\}, C^*$ 与劳动供给 L^*
- 垄断竞争厂商：给定 P^*, C^*, w^*，利润最大化决定产品供给 $y^*(i)$，劳动需求 $\ell^*(i)$，最优定价 $p^*(i)$，以及最优利润 $\pi^*(i)$
- 产品市场均衡：$c^*(i) = y^*(i)$，$\forall i \in [0,1]$
- 劳动市场均衡：$L^* = \int_0^1 \ell(i) \mathrm{d}i$

均衡性质：对称均衡，无效率

- $p^*(i) = p^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\frac{w^*}{A}, \forall i$，故 $P^* = p^* = 1$ 标准化为 1
- $w^* = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}A < A = MPL$，故均衡时工资率低于劳动边际产出
- 家庭效用最大化等价表达式：

$$\max_{C,L} u(C) - v(L), \qquad \text{s.t.} \qquad PC = C = w^*L + \pi^*$$

FOC 为 $u'(C)w^* = v'(L)$，故均衡时劳动与消费的边际替代率小于边际转换率

$$MRS = \frac{v'(L^*)}{u'(C^*)} = w^* < A = MRT$$

均衡不是 Pareto 有效的

参考文献 I

CHAMBERLIN, E. H. (1950): "Product Heterogeneity and Public Policy," *American Economic Review*, 40, 85–92.

DIXIT, A. K. AND J. E. STIGLITZ (1977): "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity," *American Economic Review*, 67, 297–308.