

经济增长理论 2024

作业 3-4

提交时间：6月25日

1. 考虑第 10 讲课件第 6-8 页的两期模型。假设效用函数为 CRRA 形式：

$$u(c) = \begin{cases} \frac{c^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}, & \text{若 } \sigma \neq 1 \\ \ln c, & \text{若 } \sigma = 1 \end{cases}$$

生产函数保持 CD 形式不变。请推导此时家庭的最优储蓄决策，即 Euler 方程，并确定此时储蓄率的表达式。

2. 考虑第 10 讲 RCK 模型，请利用 $\Delta \tilde{k} = 0$ 的条件，计算确定最大化消费时资本选择黄金法则 \tilde{k}^{GB} 所满足的一阶条件，进而利用 $\Delta \tilde{c} = 0$ 的条件，说明稳态资本 $\tilde{k}^* < \tilde{k}^{GB}$ 。
3. 考虑第 11 讲 Romer 模型。请说明新资本品价格 $P_A < \infty$ 的充要条件为 $r > n$ ，并说明此时模型求解所得研发部门劳动占比 $s_R < 1$ 。
4. 考虑第 12 讲 Schumpeter 模型。请推导第 14 页 P_A 的表达式，并说明最后的近似在什么条件下成立。
5. 考虑第 13 讲 Malthus 模型，对第 12 页基准模型，写出 $L_t = f(L_t)$ 的模型动态函数 f 的表达式，在 L - L 坐标系中画出 f 的关键特征，说明 f 与 45 度线的唯一交点为 L^* ，进而证明若 $L_0 < L^*$ ，则均衡序列 $\{L_t\}$ 单调递增收敛到 L^* 。