动态面板回归GMM

报告人：郭倩美

指导老师：刘岩

动态面板模型

- 动态面板模型：
  - 1） 动态。模型中包含了因变量的滞后项;
  - 2）有个体的固定效应;
  - 3） 可以有一些自变量是内生的;
  - 4） 除了固定效应之外的误差项ε，可以异方差，可以序列相关;
  - 5） 不同个体之间的误差项不会相关;
  - 6） 可以有前定的但不是完全外生的变量。前定变量：w_{it} 与 ε_{it}不相关，但可以与 ε_{it-1}及更高阶滞后相关;
  - 7） "大N，小T"，即个体数量要足够多，但时间不用太长;如果时间足够长的话，动态面板误差不会太大，用固定效应即可。

动态面板模型

- 动态面板回归（dynamic panel regression）模型的最基本形式：

$$y_{it} = \phi y_{it-1} + \boldsymbol{x}'_{it}\boldsymbol{\beta} + u_i + \varepsilon_{it},$$

- 其中β是系数（向量），u_i表示个体固定效应，ε_{it}表示残差项且与所有回归变量（y_{it-1}与 x_{it}）无当期相关性。
- 回归方程右侧可加入y_{it}的更多滞后项。

动态面板模型

- GMM方法特别适合宏观的面板数据分析，因为宏观变量中，很难找出绝对外生的变量，变量之间多少会互相影响。而GMM方法可以"有一些自变量是内生的"，这可能也是GMM方法在文献中这么常用的原因。
- 不能用传统的OLS方法或者固定效应模型进行动态面板数据的分析，那样会得到有偏的估计量。先要对数据进行一定的变换，然后根据不同的矩条件设定开展矩估计。

动态面板模型

- 在面板模型中，个体固定效应u_i用来捕捉无法观测的个体特征对被解释变量的影响，而这类个体异质性自然与个体观测变量x_{it}相关，$\mathrm{cov}(x_{it}, u_i) \neq 0$。
- 个体固定效应会导致动态面板回归产生内生性问题：回归变量与残差项$u_i + \varepsilon_{it}$相关性不为0。

$$\Delta y_{it} = \Delta \boldsymbol{x}'_{it} \boldsymbol{\beta} + \Delta \varepsilon_{it},$$

固定效应：静态面板与动态面板

- 静态面板回归模型：

$$y_{it} = \boldsymbol{x}'_{it}\boldsymbol{\beta} + u_i + \varepsilon_{it}.$$

- 此种情况下，为避免$\boldsymbol{u_i}$引起的问题，可以通过简单的差分方法去除固定效应：

$$\Delta y_{it} = \Delta \boldsymbol{x}'_{it}\boldsymbol{\beta} + \Delta\varepsilon_{it},$$

- 然后可以使用OLS估计得到无偏估计量

固定效应：静态面板与动态面板

- 也可以使用组内均值方法去除固定效应：

$$\bar{y}_i = \frac{1}{T}\sum_t y_{it},\quad \bar{\boldsymbol{x}}_i = \frac{1}{T}\sum_t \boldsymbol{x}_{it},\quad \bar{\varepsilon}_i = \frac{1}{T}\sum_t \varepsilon_{it},$$

$$y_{it} - \bar{y}_i = (\boldsymbol{x}_{it} - \bar{\boldsymbol{x}}_i)'\boldsymbol{\beta} + \varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i,$$

- 此时也可以使用OLS估计得到无偏估计量

固定效应：静态面板与动态面板

- 当面板回归模型具有动态特征时，静态面板的简单变换方法无法消除固定效应的影响，因而 OLS 估计不可行。
- 作一阶差分：回归方程两边取差分后得

$$\Delta y_{it} = \phi \Delta y_{it-1} + \Delta \boldsymbol{x}'_{it} \boldsymbol{\beta} + \Delta \varepsilon_{it},$$

- 但$cov(\Delta y_{it-1}, \Delta \varepsilon_{it}) \neq 0, \varepsilon_{it-1}$对$y_{it-1}$有影响。

基本解决思路：滞后项作为工具变量

- 差分法在动态面板下无法克服固定效应带来的问题：根源在于被解释变量的动态性 ⇒ t 期回归变量 y_{it-1} 与残差差分项中 ε_{it-1} 的相关性。
- 找一个工具变量：与差分方程中回归变量相关，但与残差无关。
- 最简单的工具变量：y_{it-2}，它和Δy_{it-1}相关，但和$\Delta\varepsilon_{it}$无关。
- 基本假设 1： ε_{it}没有序列相关性。

差分GMM

- Arrelano & Bond (1991, RES) 提出把所有的滞后项全部引入为工具变量，使用 GMM 方法进行估计。
  - 由于这一方法的基础是对差分方程进行估计，故称为差分 GMM；同时文献中也大量使用 AB 方法这一名称。
- 如果 y_{it}和解释变量的一阶自相关很接近 1，则可能存在弱工具变量问题。
  - $\Delta y_{it} = y_{it} - y_{it-1}$几乎完全由回归方程中的余项决定，与 y_{it-1}的相关系数会很小。如果工具变量和内生变量的相关性较弱，那么2SLS的偏差会很严重。

系统GMM

- 针对上述问题，特别是高自相关性带来的弱工具变量问题，Arrelano & Bover (1995) 提出了另外一种选取工具变量的方法：水平回归与差分滞后。

$$y_{it} = \phi y_{it-1} + \boldsymbol{x}_{it}'\boldsymbol{\beta} + u_i + \varepsilon_{it}.$$

- 如果被解释变量差分滞后Δy_{it-1}与固定效应 u_i没有相关性，那么Δy_{it-1}也可以作为工具变量.

系统GMM

- 基本假设 2：$cov(\Delta y_{it-1}, u_i)=0$。
- 在此假设下，差分回归与滞后工具变量可以同水平回归与差分滞后工具变量相结合，形成一个更完善的 GMM 估计系统。这一方法被 Blundell & Bond (1998) 称为系统 GMM。
  - Blundell & Bond 给出的模拟结果显示，当样本自相关很高时，系统 GMM 的有限样本偏差要比差分 GMM 好。
- Blundell & Bond 同时指出了基本假设 2 的实质：y_{it} 关于其长期均值的暂时偏离与 u_i 无关

系统GMM

- 定义样本矩阵：* 表示样本变换（如差分），L 表示水平值

$$\boldsymbol{y}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}_i^* \\ \boldsymbol{y}_i^L \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{X}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_i^* \\ \boldsymbol{X}_i^L \end{bmatrix},$$

- Z_i 表示所有工具变量构成的矩阵。
- 给定变换矩阵 H_i，定义

$$\boldsymbol{Q}_{xz} = \sum_i \boldsymbol{X}_i' \boldsymbol{Z}_i, \quad \boldsymbol{Q}_{zy} = \sum_i \boldsymbol{Z}_i' \boldsymbol{y}_i, \quad \boldsymbol{W} = \boldsymbol{Q}_{xz} \boldsymbol{A} \boldsymbol{Q}_{xz}',$$

$$\boldsymbol{A} = \left(\sum_i \boldsymbol{Z}_i' \boldsymbol{H}_i \boldsymbol{Z}_i \right)^{-1}.$$

系统GMM

- 回归系数的 GMM 估计值为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{W}^{-1}\boldsymbol{Q}_{xz}\boldsymbol{A}\boldsymbol{Q}_{zy}.$$

系统GMM估计

- 动态面板 GMM 估计分为一步法与两步法。
- 在一步法中，变换矩阵 H_{1i}取特定常数值，对应的加权矩阵A_1直接计算可得。
- 在两步法中，变换矩阵 H_{2i} 由一步法估计值$\hat{\theta}_1$计算残差构造而得：

$$\hat{\varepsilon}_i = \boldsymbol{y}_i - \boldsymbol{X}_i \hat{\boldsymbol{\theta}}_1, \qquad \boldsymbol{H}_{2i} = \hat{\varepsilon}_i' \hat{\varepsilon}_i.$$

- 再由H_{2I}计算新的加权矩阵 A_2，及相应的 W_2 ，最终得到两步法估计值

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 = \boldsymbol{W}_2^{-1} \boldsymbol{Q}_{xz} \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{Q}_{zy}$$

系统GMM估计：一步法

- 在同方差假设下，一步法得到的参数估计（向量）$\hat{\theta}_1$具有下列协方差矩阵：$\hat{\sigma}_1^2 W_1^{-1}$，其中$\hat{\sigma}_1^2$表示残差（变换后）的同方差估计值。
- 一步法下，可以使用 White 的异方差稳健标准误（robust standard error）方法估计 $\hat{\theta}_1$ 的协方差矩阵：

$$\boldsymbol{W}_1^{-1}\boldsymbol{Q}_{xz}\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{A}_2^{-1}\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{Q}'_{xz}\boldsymbol{W}_1^{-1},$$

- 其中A_2是两步法中使用的加权矩阵。

系统GMM估计：两步法

- 两步法下，同方差假设下$\hat{\theta}_2$具有协方差矩阵W_2^{-1}。
- 但由于一步法残差构造的两步法加权矩阵有很大的有限样本偏误，利用 W_2^{-1}所做统计推断均存在很大偏差。
- Windermeijer (2005) 提出了经过偏误纠正的加权矩阵估计值$A_{2, robust}$，对应$\hat{\theta}_2$的协方差矩阵称为偏误纠正（或WC-robust）协方差阵。
- WC-robust 协方差阵得到的统计推断结果具有较好的有限样本性质；综合水平与一步法稳健标准误结果类似或略高。

模型设定检验

- 对动态面板 GMM 的模型设定检验通常包括两类。
- 首先是对残差项 ε_{it} 自相关性的检验。基本假设 1 要求ε_{it}无自相关，故 $\Delta\varepsilon_{it}$不会具有 2 阶及以上自相关。
- 其次是对工具变量数目过多带来的过渡识别进行检验，通常可以进行一个 Sargan 检验：原假设为不存在过渡识别，因此当以较小的 p-值拒绝原假设时，需要考虑缩减工具变量的数量。
    - 但其他方面的模型设定问题也可能引起 Sargan 检验拒绝原假设，如被解释变量滞后期设定不足等。

解释变量设定

- 前面的讨论中我们假定解释变量 x_{it} 完全外生：与 ε_{it} 及其滞后项均无相关性。
- 上述假设可以放松：允许存在前定变量和内生变量。
- 前定变量： w_{it} 与 ε_{it} 不相关，但可以与 ε_{it-1} 及更高阶滞后相关。
- 内生变量： w_{it} 与 ε_{it} 相关及更高阶滞后相关。
- 在 GMM 估计设定中，可以指定哪些变量是前定变量或内生变量，软件会相应的引入这些变量的对应水平滞后或者差分滞后作为工具变量，进入 GMM 估计程序。