新开放宏观经济学与汇率传递

武汉大学经济与管理学院
王 胜

2017年6月

新开放经济宏观经济学（NOEM）

- Obstfeld和Rogoff（1995、1996、1998和2000）
- 在垄断竞争的市场结构下，假定产出名义价格刚性，这样经济在模拟的外部冲击下便会呈现出动态调整过程，有助于我们分析由此产生的长期和短期效应。

- NOEM早期模型的标准框架
- 假定居民是在［0，1］上连续分布的，其中［0，*n*］在本国，其余的居住在外国。有代表性居民的效用水平就和消费指数（*C*）、所持的实际货币余额（*M/P*）、劳动投入（*h*）有关，具体函数形式如下：

$$U_t^j = \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \left[\log C_s^j + \chi \log \frac{M_s^j}{P_s} - \frac{\kappa}{2} h_s(j)^2 \right]$$

- 消费指数可定义为：

$$C_t^j = \left[\int_0^1 c_t^j(z)^{\frac{\theta-1}{\theta}} dz \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

- 一价定律都成立

$$p(z) = ep^*(z)$$

- 当消费确定时，求取支出最小化可以得到消费价格指数：

$$P=\left[\int_0^n p(z)^{1-\theta}dz+\int_n^1[ep^*(z)]^{1-\theta}dz\right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

$$P^*=\left[\int_0^n [p(z)/e]^{1-\theta}dz+\int_n^1[p^*(z)]^{1-\theta}dz\right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

- 基于消费的购买力平价：

$$P=eP^*$$

- 本国的工资水平记为W，并且从政府得到一定的转移支付TR，所以居民个人的预算约束为：

$$P_tB_{t+1}^j+M_t^j=P_t(1+r_t)B_t^j+M_{t-1}^j+W_t^jh_t^j+\pi_t^j+TR_t^j-P_tC_t^j$$

- 因为债券不是政府发行的，只是反映了国际借贷关系，所以满足下面的等式：

$$nB_{t+1}+(1-n)B_{t+1}^*=0$$

- 当支出确定时，求取消费最大化可以得到对产品z的需求函数：

$$c^j(z)=\left(\frac{p(z)}{P}\right)^{-\theta}C^j,\ \ j\in H$$

$$c^{*j}(z)=\left(\frac{p^*(z)}{P^*}\right)^{-\theta}C^{*j},\ \ j\in F$$

- 对产品z的总需求：

$$y_t(z)=n(\frac{p_t(z)}{P_t})^{-\theta}C_t+(1-n)(\frac{p_t^*(z)}{P_t^*})^{-\theta}C_t^*=(\frac{p_t(z)}{P_t})^{-\theta}C_t^w$$

- 厂商的利润：

$$\pi_t=p_t(z)c_t(z)+e_tp_t^*(z)c_t^*(z)-W_ty_t(z)$$

- 最优定价

$$p_t(z)=e_tp_t^*(z)=\frac{\theta}{\theta-1}W_t$$

- 对数线性化：

$$\hat{P}_t = n\hat{p}_t(h) + (1-n)(\hat{p}_t^*(f) + \hat{e}_t)$$

$$\hat{P}_t^* = n(\hat{p}_t(h) - \hat{e}_t) + (1-n)\hat{p}_t^*(f)$$

- 一期价格刚性：

$$\hat{p}_t(h) = \hat{p}_t^*(f) = 0$$

- Obstfeld和Rogoff（1995、1996 ）等都假定所有厂商是生产者货币定价（PCP），此时汇率完全传递。

- 对汇率不完全传递的思考和研究

- Betts 和Devereux（1996，2000）最早考察了依市定价（PTM）当地货币定价（LCP）的问题。

- 同样假定一期价格刚性：

$$\hat{p}_t(h) = \hat{p}_t^*(h) = \hat{p}_t(f) = \hat{p}_t^*(f) = 0$$

- 用不完全汇率传递来系统性地解释短期汇率超调问题。

汇率传递

- Goldberg和Knetter (1997)：
  - 定义：当进出口国之间汇率出现1%的波动时，由此产生的以当地货币标价的出口价格的百分比变动。
  - 汇率波动和当地货币标价的出口价格之间的相互关系

$$\Delta p_t = \gamma \Delta e_t + \varepsilon_t$$

- 重要意义：
  - 对汇率决定产生重要的影响（Betts 和Devereux，1996，2000）
  - 决定着国际货币政策的作用效果（Woodford，2007）

- **定价货币的选择：**对汇率传递程度和货币政策的国际传导产生重要影响

  – 生产者货币定价（Producer Currency Pricing, 简称PCP）
  ——汇率完全传递
  Obstfeld 和Rogoff (1995, 2000)

  – 当地货币定价（Local Currency Pricing, 简称LCP）
  ——零汇率传递
  Campa和Goldberg（2008），Ihrig等（2006）

- 价格粘性的不同形式（一）

- 一期价格刚性
  - Betts和Devereux (2000)最早利用不完全汇率传递来系统性地解释短期汇率超调问题。
  - Devereux和Engel (2003)
  - Sutherland（2005）

- Devereux和Engel (2003)
  - 对比分析了PCP和LCP两种价格粘性情况下的最优货币政策问题和福利效应
  - LCP定价时，基于福利最大化的货币政策最终使汇率达到稳定，所以固定汇率制是最优的
- Duarte和Obstfeld (2008)与Obstfeld (2006)
  - 对Devereux和Engel (2003)模型进行拓展：引入非贸易品
- Sutherland(2005)
  - 不完全汇率传递
- Devereux, M.B, Shi, K. and Xu, J. (2007)
  - 美元化问题
  - 汇率传递的不对称性

Devereux和Engel (2003)

- 基本假定
  - 世界上只有两个国家：本国和外国
  - 外国的各种经济变量以带星号上标的变量表示
  - 每个国家都生活着完全相同的居民，居民数量为单位1
  - 每个国家都生产着连续分布的贸易品，每个生产者都经营一个厂商，是各种不同商品的垄断供给者
- 有代表性的本国居民的效用函数

$$U_0(i) = \mathrm{E}_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\ln C(i) + \frac{\chi}{1-\varepsilon} \left(\frac{M_t(i)}{P_t} \right)^{1-\varepsilon} V_t - \eta L_t(i) \right] \right\}$$

- 本国居民消费指数 $$C=\frac{C_H^n C_F^{1-n}}{n^n(1-n)^{1-n}}$$
- 本国居民对本国生产的贸易品的消费 $$C_H=\left[n^{-\frac{1}{\theta}}\int_0^n C_H(i)^{\frac{\theta-1}{\theta}}di\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$
- 本国居民对外国生产的贸易品的消费 $$C_F=\left[(1-n)^{-\frac{1}{\theta}}\int_n^1 C_F(i)^{\frac{\theta-1}{\theta}}di\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

- 本国消费价格指数 $P = P_H^n P_F^{1-n}$

- 国内产品和进口产品的价格指数

$$P_H = \left[\frac{1}{n}\int_0^n P_H(i)^{1-\theta}\,di\right]^{\frac{1}{1-\theta}} \qquad P_F = \left[\frac{1}{(1-n)}\int_n^1 P_F(i)^{1-\theta}\,di\right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

- 需求函数

$$C_{H,t}(i) = \left(\frac{P_{H,t}(i)}{P_{H,t}}\right)^{-\theta}\left(\frac{P_{H,t}}{P_t}\right)^{-1} C_t \qquad C_{H,t}^*(i) = \left(\frac{P_{H,t}^*(i)}{P_{H,t}^*}\right)^{-\theta}\left(\frac{P_{H,t}^*}{P_t^*}\right)^{-1} C_t^*$$

- 生产技术：　$Y(i)_t = A_t L(i)_t$
- 经济冲击来源两个方面
  - 生产技术冲击　$\ln A_t = \ln A_{t-1} + u_t$
  - 货币需求冲击　$\ln V_t = \ln V_{t-1} + v_t$

- 一阶条件

  - 最优消费方程

$$\beta \mathrm{E}_t\left[\frac{C_{t+1}^{-1}P_t}{C_t^{-1}P_{t+1}}\left(1+R_{t+1}\right)\right]=1$$

  - 货币需求

$$\left(\frac{M_t}{P_t}\right)^{\varepsilon}=\frac{\chi V_t C_t}{1-\mathrm{E}_t d_{t+1}} \qquad d_{t+1}=\beta\frac{C_{t+1}^{-1}P_t}{C_t^{-1}P_{t+1}}$$

  - 最优劳动供给

$$\frac{W_t}{P_t}=MRS=-\frac{U_{L,t}}{U_{C,t}}=\frac{\eta}{C_t^{-1}}$$

- 当资本完全自由流动，UIP条件成立。

$$1+R_{t+1}=\left(\frac{\mathrm{E}_t S_{t+1}}{S_t}\right)\left(1+R_{t+1}^*\right)$$

- 结合两国的最优跨期消费条件就可以得到风险分担条件（Risk sharing condition）：Backus和Smith (1993)

$$\left(\frac{P_t C_t}{S_t P_t^* C_t^*}\right)=\frac{P_{t-1}C_{t-1}\left(1+R_t\right)}{S_t P_{t-1}^* C_{t-1}^*\left(1+R_t^*\right)}=\frac{P_{t-1}C_{t-1}}{S_{t-1}P_{t-1}^* C_{t-1}^*}=\frac{1}{\Gamma_0}$$

- 标准形式：

$$\frac{S_t P_t^*}{P_t}=\Gamma_0\left(\frac{C_t}{C_t^*}\right)$$

- **弹性价格均衡**

  – 所有厂商都会把价格设定为名义边际成本上的一个固定加成

$$P_{H,t} = \frac{\theta}{\theta - 1}\left(W_t / A\right)$$

- **粘性价格均衡**

- 两国生产者都将提前一期设定产品的最优价格

$$\max \mathrm{E}_{t-1}\left\{\ln C(i)+\frac{\chi}{1-\varepsilon}\left(\frac{M_t(i)}{P_t}\right)^{1-\varepsilon}V_t-\eta L_t(i)\right\}$$

- 预算约束

$$B_{t+1}(i)=B_t(i)(1+i_{t+1})+P_{H,t}(i)Y_{H,t}(i)+S_tP^*_{H,t}(i)Y^*_{H,t}(i)+M_{t-1}-M_t+T_t-P_tC_t(i)$$

- 两种情况

  – 实行PCP定价

  – 实行LCP定价

- PCP定价

$$P_{H,t} = \frac{\eta\theta}{\theta - 1} \mathrm{E}_{t-1}\left\{ P_t C_t / A_t \right\}$$

$$P_{H,t}^{*} = P_{H,t} \big/ S_t$$

- LCP 定价

$$P_{H,t} = \frac{\eta\theta}{\theta - 1} \mathrm{E}_{t-1}\left\{ P_t C_t / A_t \right\}$$

$$P_{H,t}^{*} = \frac{\eta\theta}{\theta - 1} \mathrm{E}_{t-1}\left\{ P_t C_t / S_t A_t \right\}$$

- 劳动供给 $$W_t \frac{C_t^{-1}}{P_t} = \eta$$

- PCP定价 $$P_{H,t} = \frac{\theta}{\theta - 1} \mathrm{E}_{t-1} \left\{ W_t / A_t \right\}$$

$$P_{H,t}^{*} = P_{H,t} \big/ S_t$$

- LCP 定价 $$P_{H,t} = \frac{\theta}{\theta - 1} \mathrm{E}_{t-1} \left\{ W_t / A_t \right\}$$

$$P_{H,t}^{*} = \frac{\theta}{\theta - 1} \mathrm{E}_{t-1} \left\{ W_t / S_t A_t \right\}$$

- 以小写字母代表对应大写字母所表示变量的对数值，利用价格指数的定义和最优价格的设定可以得到：

- PCP定价

$$\mathrm{E}_{t-1}c_t = -\ln\frac{\theta\eta}{\theta-1} + \left[na_{t-1} + (1-n)a_{t-1}^{*}\right] - \frac{1}{2}\sigma_c^2 - \frac{1}{2}\left[n\sigma_u^2 + (1-n)\sigma_{u^*}^2\right] + \left[n\sigma_{cu} + (1-n)\sigma_{cu^*}\right]$$
$$-\frac{1}{2}n(1-n)\sigma_e^2 + \gamma(1-\gamma)(\sigma_{eu} - \sigma_{eu^*})$$

- LCP定价

$$\mathrm{E}_{t-1}c_t = -\ln\frac{\theta\eta}{\theta-1} + \left[na_{t-1} + (1-n)a_{t-1}^{*}\right] - \frac{1}{2}\sigma_c^2 - \frac{1}{2}\left[n\sigma_u^2 + (1-n)\sigma_{u^*}^2\right] + \left[n\sigma_{cu} + (1-n)\sigma_{cu^*}\right]$$

- Devereux和Engel (2003)
  - LCP定价时，基于福利最大化的货币政策最终使汇率达到稳定，所以固定汇率制是最优的。
  - 生产力冲击对两国居民的消费产生了对称的影响，从而两国最优货币政策对它的反应程度完全相同；于是不需要通过调整名义汇率来适应两国货币政策的差异。

- Duarte和Obstfeld (2008)与Obstfeld (2006)
  - 对Devereux和Engel (2003)模型进行拓展：引入非贸易品
  - 生产力冲击的国别差异对两国居民的消费产生了不对称的影响，从而导致两国最优货币政策对它的反应程度也不同；于是就必须通过调整名义汇率来适应两国货币政策的差异，所以固定汇率制不再最优。

- Sutherland(2005)
  - 不完全汇率传递

Sutherland(2005)：不完全汇率传递

- 在价格粘性的情况下，有代表性居民需要在本国和外国设定不同的价格合同。本国生产者在外国销售商品的价格合同需要附加一个对未预期汇率波动的调整。假定本国生产者对外国消费者的本币售价为$\breve{P}_{H,t}(i)$，这样以外币标价的售价可以表示成：

- 本国出口商品定价 $$P_H^*(i)=\frac{\breve{P}_H(i)}{S}\left(\frac{S}{S_E}\right)^{1-\eta_1}$$

- 其中 S_E 是事前的预期汇率

- 本国出口商品定价

$$P_H^*(i) = \frac{\breve{P}_H(i)}{S}\left(\frac{S}{S_E}\right)^{1-\eta_1}$$

- 外国出口商品定价

$$P_F(i) = S\breve{P}_F^*(i)\left(\frac{S}{S_E}\right)^{-(1-\eta_2)}$$

- 两种特殊情况
  - PCP（汇率完全传递）

$$\eta_1 = \eta_2 = 1$$

  - LCP（汇率完全不传递）

$$\eta_1 = \eta_2 = 0$$

- 本国最优定价

$$P_{H,t} = \frac{\theta\eta}{\theta - 1} \mathrm{E}_{t-1}\left\{\frac{P_t C_t}{A_t}\right\}$$

$$\breve{P}_{H,t} = \left(S_E\right)^{1-\eta_1} \frac{\theta\eta}{\theta - 1} \mathrm{E}_{t-1}\left\{\frac{P_t^* C_t^*}{A_t}\left(S_t\right)^{\eta_1}\right\}$$

- 外国最优定价

$$P_{F,t}^* = \frac{\theta\eta}{\theta - 1} \mathrm{E}_{t-1}\left\{\frac{P_t^* C_t^*}{A_t^*}\right\}$$

$$\breve{P}_{F,t}^* = \left(S_E\right)^{-(1-\eta_2)} \frac{\theta\eta}{\theta - 1} \mathrm{E}_{t-1}\left\{\frac{P_t C_t}{A_t^*}\left(S_t\right)^{-\eta_2}\right\}$$

- 价格粘性的不同形式（二）

  – 交错价格调整（Calvo，1983）
    - Gali & Monacelli(2005)
    - Engel（2011）、Engel（2014）

  – 二次调整成本（Rotemberg，1982）
    - Adolfson(2007)

理论模型

- Gali和Monacelli (2005)、Engel（2011）的开放模型
  - 外国的各种经济变量以带星号上标的变量表示
  - 每个国家都生活着完全相同的居民，居民数量为单位1
  - 每个生产者都经营一个厂商，是各种不同商品的垄断供给者

- 有代表性的本国居民i的效用函数

$$U^{i} = \mathrm{E}_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{t} \left[\frac{1}{1-\sigma} C_t^{1-\sigma}(i) - \frac{1}{1+\varphi} N_t^{1+\varphi}(i) \right] \right\}$$

- 居民消费指数（存在对国内商品的消费偏好）

$$C_t = \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} C_{H,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} C_{F,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}}$$

$$C_t^* = \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} C_{F,t}^{*\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} C_{H,t}^{*\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}}$$

- 本国居民对本国生产的贸易品的消费

$$C_{H,t} = \left[\int_0^1 C_t(h)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dh \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

- 本国居民预算约束

$$P_t C_t + \mathrm{E}_t(Q_{t,t+1} D_{t+1}^n) = D_t^n + W_t N_t + TR_t$$

- 本国居民在预算约束下求解效用函数最大化问题，可以得到本国居民效用最大化的一阶条件：

$$\beta\left(\frac{C_{t+1}^{-\sigma} P_t}{C_t^{-\sigma} P_{t+1}}\right) = Q_{t,t+1}$$

$$C_t^{\sigma} N_t^{\varphi} = \frac{W_t}{P_t}$$

- 风险分担条件 ： Backus和Smith (1993)

$$\frac{S_t P_t^*}{P_t} = \Gamma_0 \left(\frac{C_t}{C_t^*}\right)^{\rho}$$

- 价格指数（购买力平价不成立）

$$p_t = (1-\alpha)\, p_{H,t} + \alpha\, p_{F,t}$$

$$p_t^* = (1-\alpha)\, p_{F,t}^* + \alpha\, p_{H,t}^*$$

- 货币错配（Currency misalignment）

$$cm_t = e_t + p_{H,t}^* - p_{H,t}$$

$$cm_t^* = e_t + p_{F,t}^* - p_{F,t}$$

- 贸易条件

$$s_t = p_{F,t} - p_{H,t}$$

$$s_t^* = p_{H,t}^* - p_{F,t}^* = -s_t$$

- 厂商生产决策
- 生产函数 $Y_t(h) = A_t N_t(h)$
- 两种不同的汇率传递情况
  - 生产者货币定价（简称PCP）
    - 本国的每一个厂商就只需要设定一个本币标价的最优价格，该商品的出口价格则满足一价法则，此时汇率完全传递。
  - 当地货币定价（简称LCP）
    - 本国厂商就需要分别设定国内销售价格 和出口价格，这时汇率不再直接影响出口价格，所以是汇率零传递。

- 国内厂商总需求 $Y_t(h) = C_t(h) + C_t^*(h)$

$$C_t(h) = \left(1-\alpha\right)\left(\frac{P_{H,t}(h)}{P_{H,t}}\right)^{-\varepsilon}\left(\frac{P_{H,t}}{P_t}\right)^{-\eta} C_t \qquad C_t^*(h) = \alpha\left(\frac{P_{H,t}^*(h)}{P_{H,t}^*}\right)^{-\varepsilon}\left(\frac{P_{H,t}^*}{P_t^*}\right)^{-\eta} C_t^*$$

- PCP情况

$$\max \mathrm{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k Q_{t,t+k} Y_{t+k}(h)\left[\tilde{P}_{H,t}(h) - P_{H,t+k} MC_{t+k}\right]$$

- LCP情况

$$\max \mathrm{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k Q_{t,t+k}\left[\tilde{P}_{H,t}(h) C_{t+k}(h) + S_{t+k}\tilde{P}_{H,t}^*(h) C_{t+k}^*(h) - P_{H,t+k} MC_{t+k} Y_{t+k}(h)\right]$$

- PCP情况时的需求

$$Y_t(h)=\left(\frac{P_{H,t}(h)}{P_{H,t}}\right)^{-\varepsilon}\left[(1-\alpha)\left(\frac{P_{H,t}}{P_t}\right)^{-\eta}C_t+\alpha\left(\frac{P_{H,t}^*}{P_t^*}\right)^{-\eta}C_t^*\right]$$

- 最优定价

$$\tilde{P}_{H,t}(h)=\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\frac{\mathrm{E}_t\left[\sum_{k=0}^{\infty}\theta^k Q_{t,t+k}Y_{t+k}(h)P_{H,t+k}MC_{t+k}\right]}{\mathrm{E}_t\left[\sum_{k=0}^{\infty}\theta^k Q_{t,t+k}Y_{t+k}(h)\right]}$$

- 对数线性化

$$\tilde{p}_{H,t}(h)=\beta\theta\mathrm{E}_t\left[\tilde{p}_{H,t+1}(h)\right]+(1-\beta\theta)(p_{H,t}+mc_t)$$

- 新凯恩斯菲利普斯曲线

$$\pi_{H,t}=\beta\mathrm{E}_t\pi_{H,t+1}+\frac{(1-\theta)(1-\theta\beta)}{\theta}mc_t$$

- LCP情况

$$\max \mathrm{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k Q_{t,t+k} \left[\left(\tilde{P}_{H,t}(h) - P_{H,t+k} MC_{t+k} \right) C_{t+k}(h) + \left(S_{t+k} \tilde{P}^*_{H,t}(h) - P_{H,t+k} MC_{t+k} \right) C^*_{t+k}(h) \right]$$

- 最优定价

$$\tilde{P}^*_{H,t}(h) = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{\mathrm{E}_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k Q_{t,t+k} C^*_{t+k}(h) P_{H,t+k} MC_{t+k} \right]}{\mathrm{E}_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k Q_{t,t+k} C^*_{t+k}(h) S_{t+k} \right]}$$

- 对数线性化

$$\tilde{p}^*_{H,t}(h) = \beta\theta \tilde{p}^*_{H,t+1}(h) + (1-\beta\theta)(p_{H,t} + mc_t - e_t)$$

- 新凯恩斯菲利普斯曲线

$$\pi^*_{H,t} = \beta \mathrm{E}_t \pi^*_{H,t+1} + \frac{(1-\theta)(1-\theta\beta)}{\theta} \left(mc_t - (e_t + p^*_{H,t} - p_{H,t}) \right)$$

- 新凯恩斯菲利普斯曲线
  - PCP

$$\pi_{H,t} = \beta \mathrm{E}_t \pi_{H,t+1} + \kappa_H mc_t$$

$$p_{H,t}(h) = e_t + p^*_{H,t}(h)$$

  - LCP

$$\pi_{H,t} = \beta \mathrm{E}_t \pi_{H,t+1} + \kappa_H mc_t$$

$$\pi^*_{H,t} = \beta \mathrm{E}_t \pi^*_{H,t+1} + \kappa_H \left(mc_t - cm_t \right)$$

- 欧拉方程

$$c_t = \mathrm{E}_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(r_t - \mathrm{E}_t \pi_{t+1})$$

$$c_t^* = \mathrm{E}_t c_{t+1}^* - \frac{1}{\sigma}(r_t^* - \mathrm{E}_t \pi_{t+1}^*)$$

- 实际边际成本

$$mc_t = w_t - a_t - p_{H,t}$$

$$mc_t^* = w_t^* - a_t^* - p_{F,t}^*$$

- 最优劳动供给

$$w_t - p_t = \sigma c_t + \varphi n_t$$

$$w_t^* - p_t^* = \sigma c_t^* + \varphi n_t^*$$

- 价格指数

$$p_t = (1-\alpha) p_{H,t} + \alpha p_{F,t}$$

$$p_t^* = (1-\alpha) p_{F,t}^* + \alpha p_{H,t}^*$$

- 总需求方程

$$y_t = (1-\alpha)c_t + \alpha c_t^* + 2\eta\alpha(1-\alpha)s_t$$
$$y_t^* = \alpha c_t + (1-\alpha)c_t^* - 2\eta\alpha(1-\alpha)s_t$$

- 两国的货币政策

$$r_t = \phi_r r_{t-1} + (1-\phi_r)(\phi_\pi \pi_t + \phi_y y_t) + u_t$$
$$r_t^* = \phi_r^* r_{t-1}^* + (1-\phi_r^*)(\phi_\pi^* \pi_t^* + \phi_y^* y_t^*) + u_t^*$$

- 风险分担条件

$$c_t - c_t^* = \left(\frac{1-2\alpha}{\sigma}\right)s_t + \frac{cm_t}{\sigma}$$

- 贸易条件

$$s_t = p_{F,t} - p_{H,t}$$

- 数值模拟结果见附图

- 采用Gali和Monacelli (2005)的方法来定义**产出缺口**

$$x_t = y_t - \overline{y}_t$$
$$x_t^* = y_t^* - \overline{y}_t^*$$

- **自然产出水平**衡量的是经济在价格完全弹性时，通过最优补贴消除了垄断竞争的扭曲后所达到的有效产出水平；这时两国的实际边际成本为常数，不存在货币错配。

- 边际成本

$$mc_t = \sigma\overline{c}_t + \varphi\overline{y}_t - (1+\varphi)a_t + \alpha\overline{s}_t = 0$$
$$mc_t^* = \sigma\overline{c}_t^* + \varphi\overline{y}_t^* - (1+\varphi)a_t^* - \alpha\overline{s}_t = 0$$

- 总需求函数

$$\overline{y}_t = (1-\alpha)\overline{c}_t + \alpha\overline{c}_t^* + 2\eta\alpha(1-\alpha)\overline{s}_t$$
$$\overline{y}_t^* = \alpha\overline{c}_t + (1-\alpha)\overline{c}_t^* - 2\eta\alpha(1-\alpha)\overline{s}_t$$

- 风险分担条件

$$\overline{c}_t - \overline{c}_t^* = \left(\frac{1-2\alpha}{\sigma}\right)\overline{s}_t$$

- 两国的自然产出水平

$$\bar{y}_t = \frac{1+\varphi}{2}\left[\left(\frac{1}{\sigma+\varphi}+\frac{1}{\frac{\sigma}{M}+\varphi}\right)a_t+\left(\frac{1}{\sigma+\varphi}-\frac{1}{\frac{\sigma}{M}+\varphi}\right)a_t^*\right]$$

$$\bar{y}_t^* = \frac{1+\varphi}{2}\left[\left(\frac{1}{\sigma+\varphi}-\frac{1}{\frac{\sigma}{M}+\varphi}\right)a_t+\left(\frac{1}{\sigma+\varphi}+\frac{1}{\frac{\sigma}{M}+\varphi}\right)a_t^*\right] \qquad M=(1-2\alpha)^2+4\sigma\eta\alpha(1-\alpha)$$

- 两国的自然产出水平实际上受到两国生产率水平的共同影响。当 两国都为封闭经济国家时（$\alpha=0$），自然产出水平就只受到各自国家生产率的影响。

一些扩展

- 工资粘性

- 各种货币规则

- 金融市场一体化

- 工资粘性
  - 如果劳动存在差异，劳动指数类似于消费指数：

$$N_t = \left[\int_0^1 N_t(h)^{\frac{\varepsilon_w - 1}{\varepsilon_w}} dh \right]^{\frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_w - 1}}$$

  - 工资指数

$$W_t = \left[\int_0^1 W_t(h)^{1-\varepsilon_w} dh \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon_w}}$$

  - 劳动需求函数

$$N_t(h) = \left(\frac{W_t(h)}{W_t} \right)^{-\varepsilon_w} N_t$$

- 假定存在名义工资粘性，居民是以交错合同的形式来设定他们的名义工资，其中每期有固定份额的居民保持名义工资不变，其他居民能通过谈判来重新签订工资合同。这样当居民h在t期重新签订工资合同时，必然会追求其效用的最大化：

$$\max \mathrm{E}_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \theta_w^k \beta^k \left(\frac{W_t(h)}{P_{t+k}} U_{c,t+k} + U_{N,t+k} \right) N_{t+k}(h) \right]$$

- 一阶条件

$$W_t(h) = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_w - 1} \frac{\mathrm{E}_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \theta_w^k \beta^k \left(N_{t+k}(h) \right)^{1+\phi} \right]}{\mathrm{E}_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \theta_w^k \beta^k N_{t+k}(h) \left(C_{t+k}^{-\sigma} / P_{t+k} \right) \right]}$$

- 名义工资增长率

$$\pi_{w,t} = \beta \mathrm{E}_t \pi_{w,t+1} + \kappa_w \left((\sigma c_t + \varphi n_t) - (w_t - p_t) \right)$$

- 货币规则
  - 利率规则 $$r_t = \phi_r r_{t-1} + (1-\phi_r)(\phi_\pi \pi_t + \phi_y y_t)$$
  - 货币供给规则 $$g_t = \lambda_1 g_{t-1} - \lambda_2 \mathrm{E}_t \pi_{t+1} - \lambda_3 y_t$$
  - 汇率规则（McCallum，2007；Teo，2009） $$e_t = \phi_e e_{t-1} + (1-\phi_e)(\phi_\pi \pi_t + \phi_y y_t)$$
  - 引入汇率调整的利率规则（Garcia等，2011） $$r_t = \phi_r r_{t-1} + (1-\phi_r)(\phi_\pi \pi_t + \phi_y y_t + \phi_e (e_t - e_{t-1}))$$

- Devereux和Yetman（2014）
  - 金融市场一体化

$$\left[\left(\frac{C_t}{C_t^*}\right)^{-\rho}\left(\frac{S_tP_t^*}{P_t}\right)\right]^{\lambda}\left[\frac{P_tY_t-\Delta(FR_t)}{P_tC_t}\right]^{1-\lambda}=1$$

  - 汇率不完全传递
    - PCP和LCP两类厂商共存